
平行平板・パラメータ抽出仕様

2008/3/10 第 1.0 版

ファイン MEMS システム化設計プラットフォーム

研究開発プロジェクト

はじめに

本文書では、MEMS 等価回路 Web ライブラリに掲載されたデバイスのうち、「平行平板」の等価回路の回路定数を計算する際に必要なパラメータの抽出仕様について概説する。

更新履歴表

版名	改訂日付	主要改訂内容
第 1.0 版	2008.3.10	初版

目次

1	圧力センサ	3
1.1	抽出対象パラメータ	3
1.2	パラメータ抽出方法	4
1.2.1	バネ定数	4
1.2.2	ダイアフラムの実効質量	5
1.2.3	直流動作点での平板間容量	6
1.2.4	直流動作点での平板間距離	6
2	平行平板型デバイス	7
2.1	抽出対象パラメータ	7
2.2	パラメータ抽出仕様	8
2.2.1	機械抵抗	8

1 圧力センサ

本節では、圧力センサのパラメータ抽出方法について述べる。

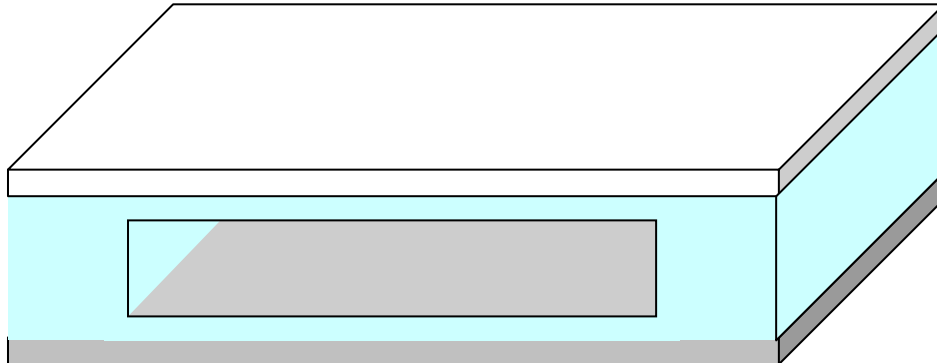


図 1 圧力センサ

1.1 抽出対象パラメータ

パラメータ名	記号	単位
バネ定数	kSpringX	N/m
ダイアフラムの実効質量	mass	kg
直流動作点での平板間容量	C0	F
直流動作点での平板間距離	X0	m
ダイアフラムの面積	Area	m ²

1.2 パラメータ抽出方法

1.2.1 バネ定数

一様圧力Pの下で、4辺固定長方形板の最大撓み¹は、

$$w_{\max} = \alpha(\eta) \frac{Pa^4}{D} \quad (1-1)$$

と表される。ここで、

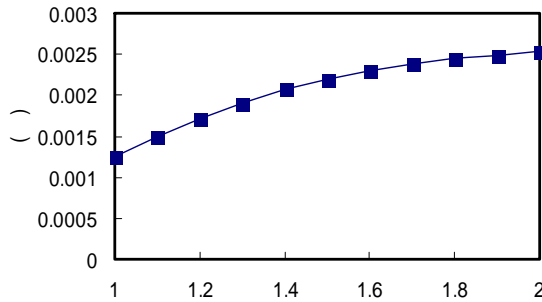
$$a, b (a \leq b) \text{ は長方形の辺の長さ、 } D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}、\eta = b/a$$

である。また、 $\alpha(\eta)$ は図 2 のような 依存性を有する。

(1-1)から、ダイヤフラムのバネ定数は、

$$k = \frac{\eta D}{\alpha(\eta)a^2} \quad (1-2)$$

である。



$$\alpha(\eta) = 0.0026(1 - \exp(-0.6979411\eta^{2.4}))$$

図 2 ()

¹ Timochenko, Krieger 著、長谷川節訳『板とシエルの理論(上)』pp.103、ブレイン図書出版(1981).

1.2.2 ダイアフラムの実効質量

実効質量は、ダイアフラムの共振周波数とバネ定数から求まる以下の式で計算する。

$$m_{eff} = \frac{\eta a^2}{\alpha(\eta)\{K_1(\eta)\}^2} M \quad (1-3)$$

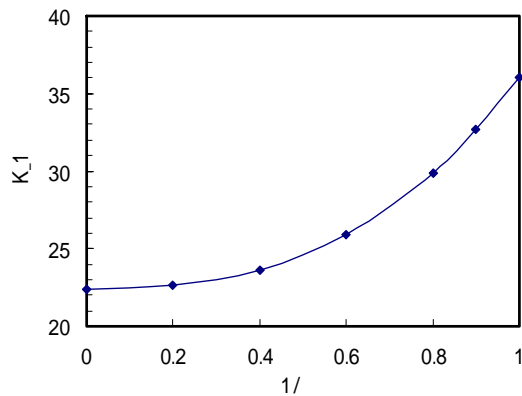
ここで、

M : 単位面積あたりの質量 (= 密度 × 厚み)

a, b ($a \leq b$) : 長方形の辺の長さ

$\eta = b/a$

また、 $K_1(\eta)$ は図 3 のような 依存性を有する。



$$K_1(\eta) = 22.4(1 + \exp(-50.39961\eta^{0.05} + 49.87462))$$

図 3 K_1 の η 依存性

【式(1-3)の導出】

四辺固定の長方形平板の 1 次モードの共振角周波数²は、

$$\omega = K_1(\eta) \sqrt{\frac{D}{Ma^4}} \quad (1-4)$$

ここで、 $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$

一方、等価な集中質量系の共振角周波数は、

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_{eff}}} \quad (1-5)$$

ここで、 k はバネ定数である。

(1-4)と(1-5)から、実効質量は

$$m_{eff} = \frac{Ma^4}{\{K_1(\eta)\}^2 D} k \quad (1-6)$$

(1-2)を用いると、

$$m_{eff} = \frac{\eta a^2}{\alpha(\eta)\{K_1(\eta)\}^2} M$$

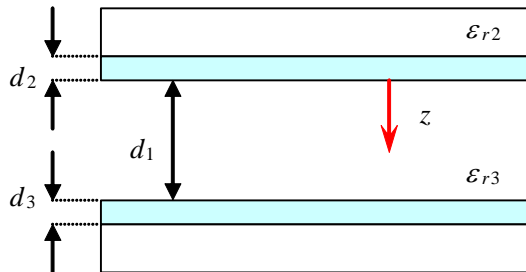
² W. C. Young and R. G. Budynas, "Roark's Formulas for Stress and Strain (Seventh Edition)", McGraw-Hill (2002).

1.2.3 直流動作点での平板間容量

容量は平行平板近似によって計算する。ここで、キャビティの厚み d_1 は次節に示す方法で求める。

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d_1 + \frac{d_2}{\epsilon_{r2}} + \frac{d_3}{\epsilon_{r3}}} \quad (1-7)$$

ここで、 S は可動平板と基板の重なり面積である。



1.2.4 直流動作点での平板間距離

平板間距離は、平行平板に静的な圧力と静電引力をともに加えたときの変位を計算して求める。平板に働く静電引力は、1.2.3 節の式 (1-7) を用いて、

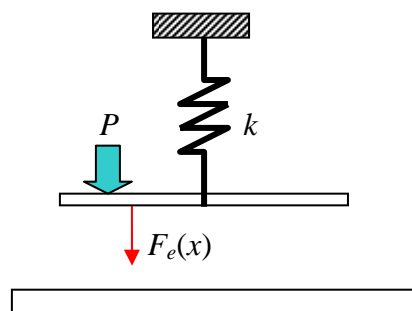
$$F_e(x) = \frac{1}{2} V^2 \frac{d}{dx} \left(\frac{\epsilon_0 S}{d_1 - x + \frac{d_2}{\epsilon_{r2}} + \frac{d_3}{\epsilon_{r3}}} \right) = \frac{1}{2} V^2 \frac{\epsilon_0 S}{\left(d_1 - x + \frac{d_2}{\epsilon_{r2}} + \frac{d_3}{\epsilon_{r3}} \right)^2} \approx \frac{1}{2} V^2 \frac{\epsilon_0 S}{(d_1 - x)^2} \quad (1-8)$$

ここで、誘電体膜厚はキャビティ厚に比べて小さいとした。

平行平板の変位は、以下の力の釣り合い式を数値的に解くことによって求めた。

$$F_e(x) + PA = kx$$

ここで、 A は平板の面積である。



2 平行平板型デバイス

本節では、下図に示す平行平板型デバイスのパラメータ抽出方法を示す。

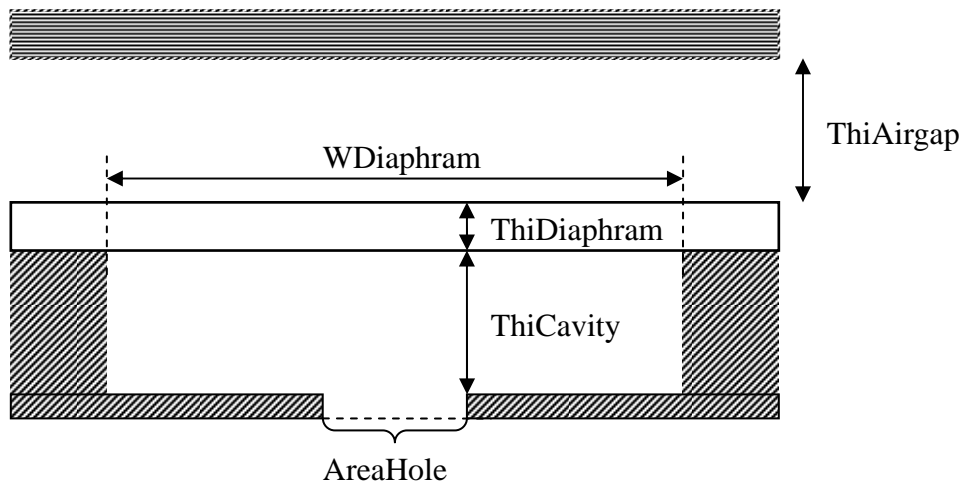


図 4 平行平板型デバイス

2.1 抽出対象パラメータ

パラメータ名	記号	単位
バネ定数	kSpringX	N/m
実効質量	mass	kg
直流動作点での平板間容量	C0	F
直流動作点での平板間距離	X0	m
平板の面積	Area	m ²
機械抵抗	rf	N・s/m

2.2 パラメータ抽出仕様

機械抵抗以外は、1.2 節と同様である。

2.2.1 機械抵抗

Squeezing film damping³を考慮して、機械抵抗を求める。

2.2.1.1 可動平板と上部壁の間の機械抵抗

十分長い間振動させた後、空気層が非圧縮性とみなせる場合、ダンピング係数は

$$c = \beta(w/t) \frac{\mu w^3 t}{h^3} \quad (2-1)$$

ここで、 $w < t$ を満たすとする。 $\beta(w/t)$ の w/t 依存性は、

$$\beta(w/t) = 1 - \frac{192}{\pi^5} \frac{w}{t} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^5} \tanh\left(\frac{n\pi}{2w}\right)$$

これは、図 6 に図示されている。

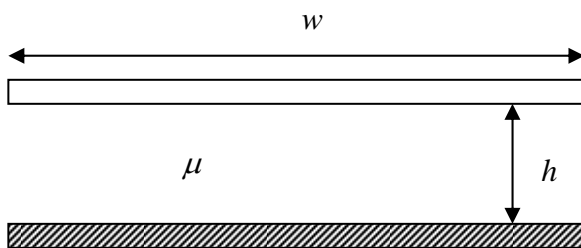


図 5 Squeezing film damping

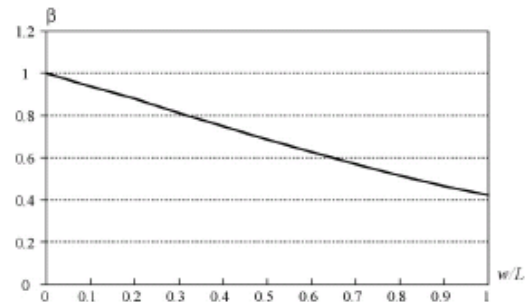


図 6 $\beta(w/t)$ w/t 依存性

2.2.1.2 可動平板と基板間の機械抵抗

平板に穴が開いている場合、ダンピング係数は

$$c = \frac{3\mu S^2}{2\pi h^3} (4\eta^2 - \eta^4 - 4 \ln \eta - 3) \quad (2-2)$$

ここで、 $\eta = r_0 / r_c$ である。この式を用いて、可動平板-基板間の機械抵抗を計算する。

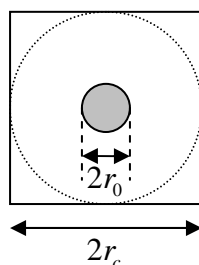


図 7 穴開き平板

³ M. Bao and H. Yang, "Squeezing film air damping in MEMS", Sensors and Actuators A 136 (2007) 3-27.