

---

## 櫛歯アクチュエータ・パラメータ抽出仕様

---

2008/3/21 第 1.1 版

ファイン MEMS システム化設計プラットフォーム

研究開発プロジェクト

## はじめに

本文書では、MEMS 等価回路 Web ライブラリに掲載されたデバイスのうち、「櫛歯アクチュエータ」の等価回路の回路定数を計算する際に必要なパラメータの抽出仕様について概説する。

## 更新履歴表

版名	改訂日付	主要改訂内容
第 1.0 版	2008.3.10	初版
第 1.1 版	2008.3.21	櫛歯角速度センサの追加

## 目次

1	1 軸駆動の櫛歯アクチュエータ (2 電極：ストレートタイプ)	4
1.1	抽出対象パラメータ	4
1.2	パラメータ抽出方法	5
1.2.1	バネ定数	5
1.2.2	直流動作点における櫛歯容量	5
1.2.3	直流動作点での重なり距離	9
1.2.4	浮遊容量	9
2	1 軸駆動の櫛歯アクチュエータ (2 電極：ダブルホールド)	10
2.1	抽出対象パラメータ	10
2.2	パラメータ抽出仕様	10
2.2.1	バネ定数	10
3	2 軸駆動の櫛歯アクチュエータ (2 電極：ストレートタイプ)	12
3.1	入力パラメータ値に関する制限	12
3.2	抽出対象パラメータ	13
3.3	パラメータ抽出方法	13
3.3.1	バネ定数	13
3.3.2	浮遊容量	13
3.3.3	直流動作点における櫛歯間容量	13
3.3.4	直流動作点における櫛歯変位	17
4.	1 軸駆動の櫛歯アクチュエータ(3 電極・ストレートタイプ)	18
4.1	抽出対象パラメータ	18
4.2	パラメータ抽出方法	19
4.2.1	バネ定数	19
4.2.2	直流動作点における櫛歯間容量	19
4.2.3	浮遊容量	19
4.2.4	その他の容量	19
5	1 軸駆動の櫛歯アクチュエータ(3 電極：ダブルホールド)	20
5.1	抽出対象パラメータ	20
5.2	パラメータ抽出方法	20

6	2 軸可動の櫛歯角速度センサ (3 電極 : 角速度センサ)	21
6.1	本モデルの仮定	22
6.2	抽出対象パラメータ	23
6.3	パラメータ抽出方法	23
6.3.1	バネ定数	23
6.3.2	質量	24
6.3.3	駆動櫛歯容量	24
6.3.4	検出櫛歯容量	25

# 1 1軸駆動の櫛歯アクチュエータ(2電極:ストレートタイプ)

本節では、静電駆動2電極ストレート1軸型(2Lx)櫛歯で、バネ部が梁4本で構成されているデバイスのパラメータ抽出仕様について概説する。

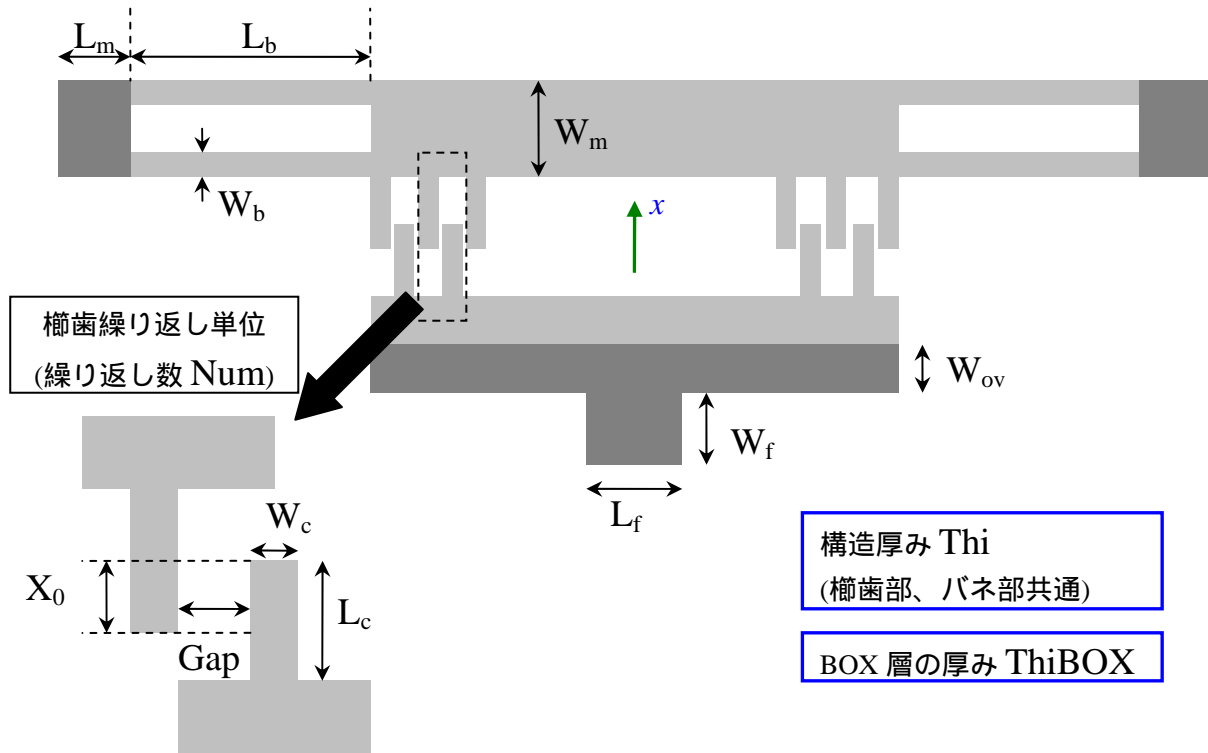


図 1 バネ部が梁で構成されている 2Lx 櫛歯デバイス

## 1.1 抽出対象パラメータ

パラメータ名	記号	単位
バネ定数	kSpringX	N/m
櫛歯可動部の質量	mass	kg
直流動作点における櫛歯重なり幅	Xb	m
直流動作点におけるオーバーラップ容量	Cb	F
直流動作点における櫛歯先端容量	Ctip	F
直流動作点におけるフリンジ容量	Cfringe	F
浮遊容量	Cstray	F

## 1.2 パラメータ抽出方法

### 1.2.1 バネ定数

バネ部は、梁 4 本で構成されている。それぞれの梁のバネ定数は、長軸方向の張力を考慮した以下の式から求める。

$$k = k_0 \left\{ 1 + \frac{\pi^4}{128} \left( \frac{x}{w} \right)^2 \right\} \quad (1-2-1)$$

ここで、 $k_0$  は線形梁のバネ定数（今の場合、 $k_0 = Etw^3 / L^3$ ）、 $x$  は櫛歯の変位である。

バネ定数の算出にあたっては、式(1-2-1)を用いて評価されるバネの復元力と静電引力の釣り合いから変位を決定した後、式(1-2-1)によりバネ定数を求める。

### 1.2.2 直流動作点における櫛歯容量

#### 1.2.2.1. 容量の内訳

櫛歯容量は、以下の 3 つの寄与からなると考える（参照）。

- (1) 櫛歯のオーバーラップ部分の寄与（赤字）
- (2) 櫛歯の上下面の寄与（緑字）
- (3) 櫛歯の先端の寄与（青字）

以下で、各寄与の計算方法について述べる。

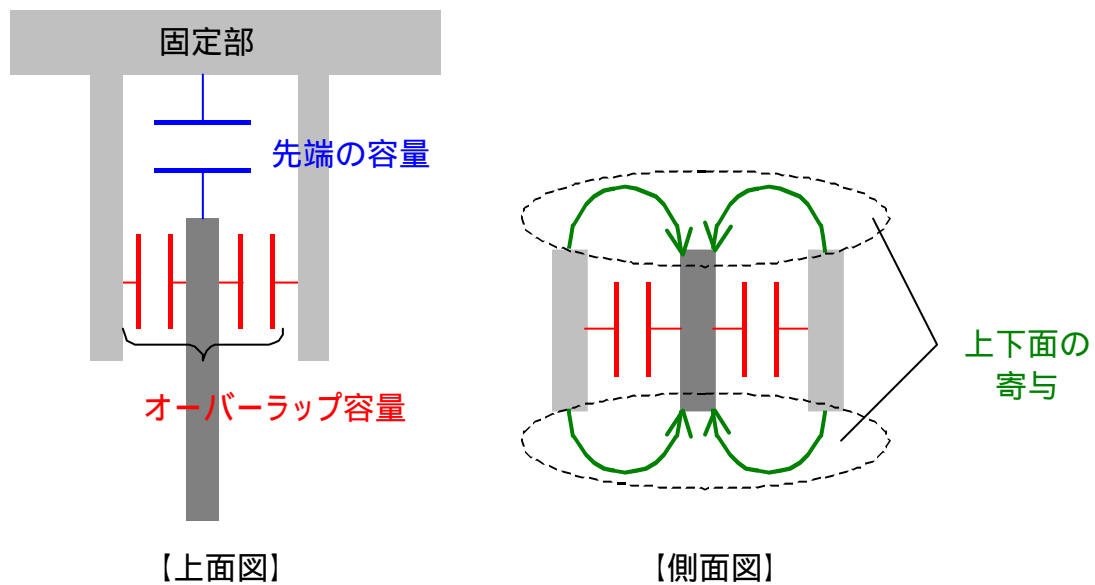


図 2 櫛歯容量

(1) オーバーラップ容量

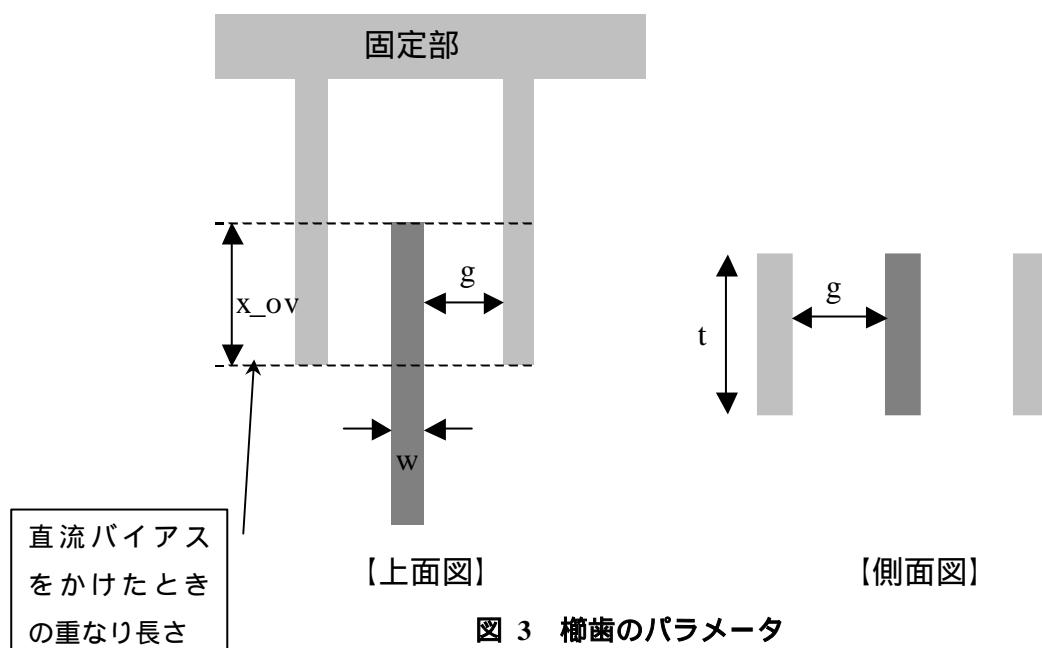
重なり長さ部分にある平行平板容量の値を計算した。

(2) 櫛歯の上下面の寄与

この寄与を計算するために、Johnson と Warne によって導かれた解析式を用いた<sup>1</sup>。上下面の寄与は、可動部櫛歯 1 本あたり、

$$C = \frac{2\epsilon_0 V x_{ov}}{\pi} \left[ \ln \left\{ (w/g + 1)^2 - 1 \right\} + (1 + w/g) \ln(1 + 2g/w) \right]$$

である<sup>2</sup>。尚、各記号の意味は図 3 を参照ください。



1. W. A. Johnson and L. K. Warne, "Electrophysics of Mechanical Comb Actuators", *J. Microelectromech. Syst.* 4 (1995) 49-59.

<sup>2</sup> この式は、端部電界が端部から離れるにつれ大きく減衰する場合 ( $t/g \gg 1/2\pi$ ) の漸近形である。

### (3) 櫛歯の先端の寄与

1次近似として、櫛歯先端部と対向部の間に構成される平行平板キャパシタの容量を先端の寄与として考慮した(図4の(a)を参照)。

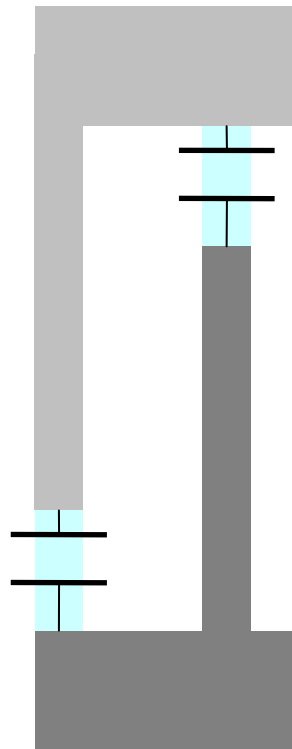


図 4 先端部の寄与

### 1.2.2.2. 検証デバイスの櫛歯容量

検証デバイスに対して櫛歯容量を計算し、その内訳比率を表 1 に纏めた。また、具体的な容量値を表 2 に示した。

表 1 容量の内訳比率 (今回測定 of 2, 5, 7.5, 10V では同比率)

	比率[%]
オーバーラップ部の寄与	79.5
上下面の寄与	10.7
先端部の寄与	9.8
合計	100

表 2 容量の内訳

	直流電圧			
	2 V	5 V	7.5 V	10 V
オーバーラップ部の寄与 [pF]	3.075e-1	3.076e-1	3.078e-1	3.080e-1
上下面の寄与 [pF]	4.144e-2	4.145e-2	4.147e-2	4.150e-2
先端部の寄与 [pF]	3.781e-2	3.784e-2	3.788e-2	3.794e-2
合計 [pF]	3.867e-1	3.869e-1	3.871e-1	3.874e-1



### 1.2.3 直流動作点での重なり距離

櫛歯に生じる静電引力は、櫛歯容量の x 方向微分を用いて求められる。

$$F_e = \frac{1}{2} V^2 \left( \frac{\partial C_{tot}}{\partial x} \right) \quad [C_{tot} \equiv C_b + C_{fringe} + C_{tip}]$$

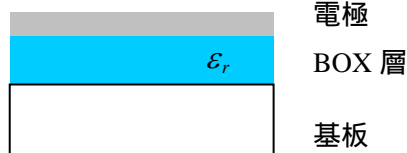
ここで、 $C_b, C_{fringe}, C_{tip}$  はそれぞれ、重なり部分の寄与、上下面の寄与、先端の寄与である。したがって、静電引力は、

$$\frac{F_e}{\epsilon_0 N V^2} = \frac{t}{g} + \frac{1}{\pi} \left[ \ln \left\{ (w/g + 1)^2 - 1 \right\} + (1 + w/g) \ln(1 + 2g/w) \right] + \left( 1 + \frac{1}{2N} \right) \frac{tw}{(L - x_0 - x)^2}$$

と求められる。この引力とバネの復元力のつりあいから、櫛歯の変位を計算し、重なり距離を得る。

### 1.2.4 浮遊容量

浮遊容量としては、BOX 層を挟む電極と基板間の容量成分のみ考慮する。この容量成分の計算は、BOX 層の厚みに等しいギャップを有する平行平板コンデンサとみなして行う。また、固定部接続の電極部に生じる容量と、可動部接続の電極部に生じる容量は直列につながっているとして、浮遊容量の総計を求める。



## 2 1軸駆動の櫛歯アクチュエータ(2電極:ダブルホールド)

本節では、静電駆動2電極ストレート1軸型(2Lx)櫛歯で、バネ部がdouble folded beamで構成されているデバイスのパラメータ抽出仕様について概説する。

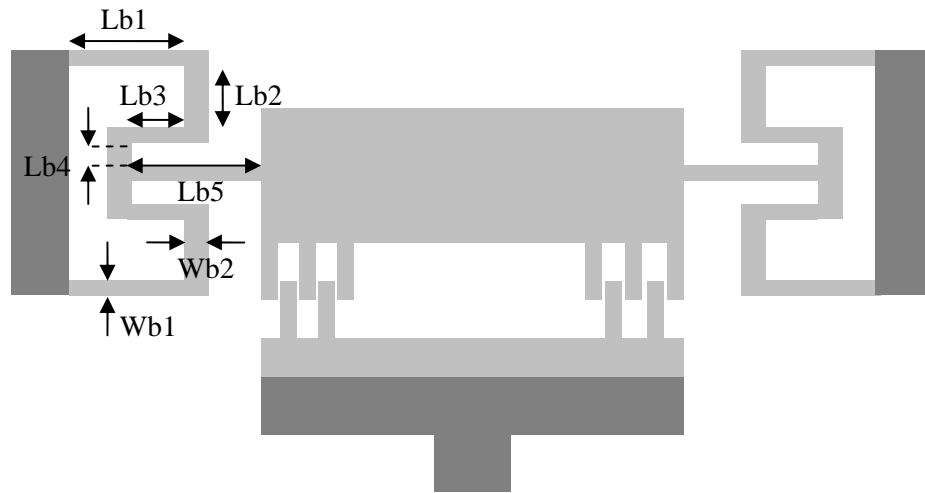


図5 バネ部がdouble folded beamである2Lx櫛歯デバイス

### 2.1 抽出対象パラメータ

バネ部が梁である2Lx櫛歯デバイスと同様である。詳細は、1.1節を参照してください。

### 2.2 パラメータ抽出仕様

バネ定数以外は、1.2節と同様である。

#### 2.2.1 バネ定数

double-folded beam部を図6に示した連成バネで表現して、全体のバネ定数を計算した。各バネのバネ定数は、

$$k_1 = \frac{EW_{b1}^3 T}{L_{b1}^3}, \quad k_3 = \frac{EW_{b1}^3 T}{L_{b3}^3}, \quad k_5 = \frac{EW_{b1}^3 T}{L_{b5}^3}$$

$$k_2 = \frac{EW_{b2} T}{L_{b2}}, \quad k_4 = \frac{EW_{b2} T}{L_{b4}^3}$$

である。バネk1~k4の直列連成バネのバネ定数k'は、

$$\frac{1}{k'} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \frac{1}{k_4}$$

から求まる。したがって、double-folded beam部のバネ定数kは、

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_5} + \frac{1}{2k'}$$

から求められる。左右に1つずつdouble-folded beam部があるので、バネ定数kSpringXの値は、

$$k_{\text{SpringX}} = 2k$$

である。

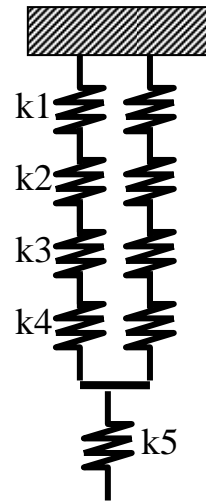
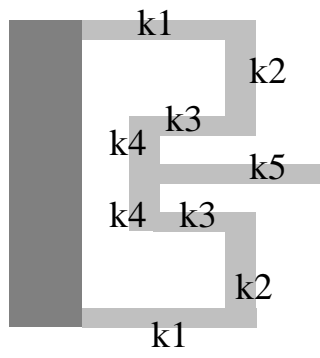


図 6 バネ定数の計算

### 3 2軸駆動の櫛歯アクチュエータ(2電極:ストレートタイプ)

本節では、静電駆動2電極ストレート2軸型(2Lxz)櫛歯デバイスのパラメータ抽出仕様について述べる。

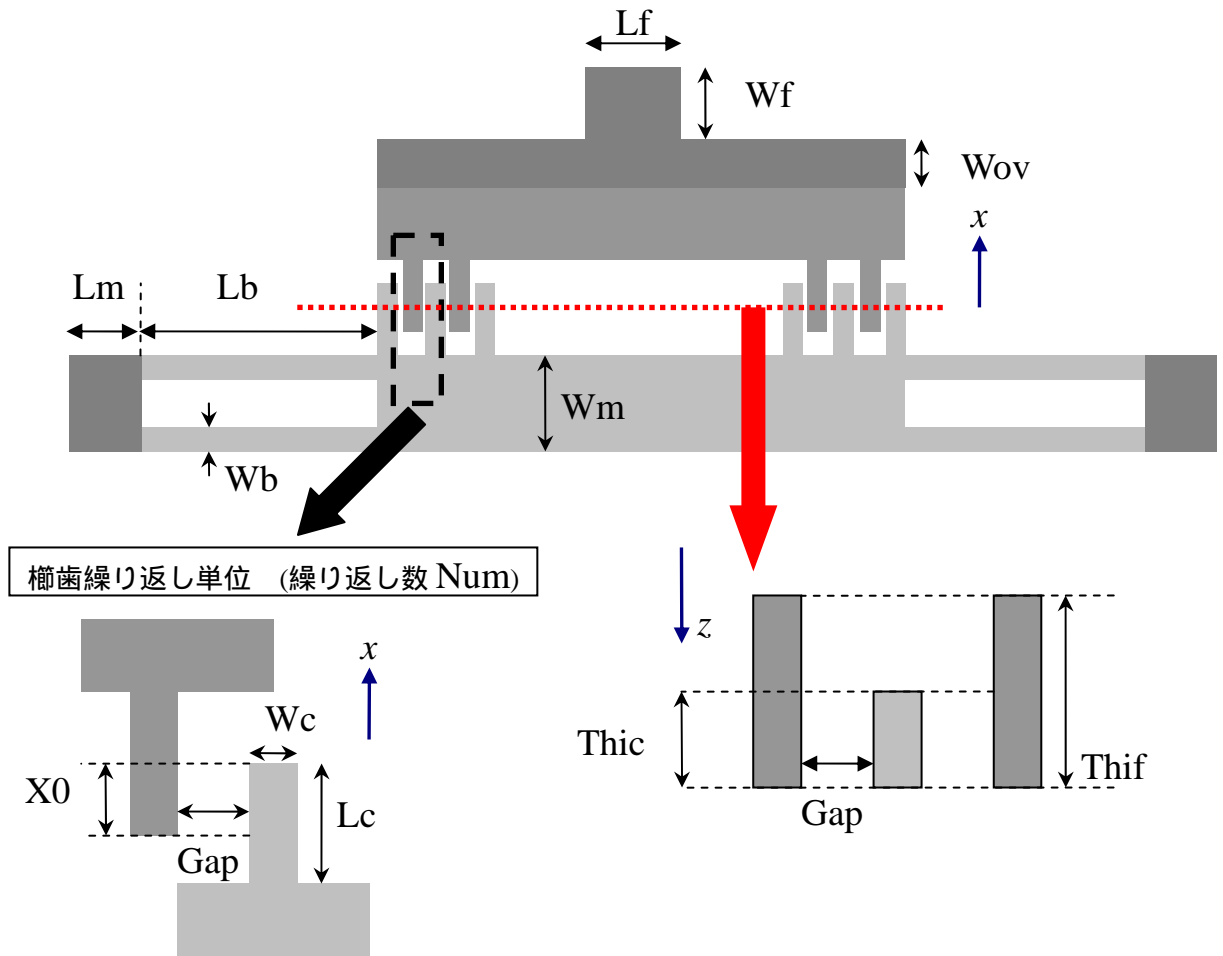


図 7 櫛歯 2Lxz デバイスの概略図

#### 3.1 入力パラメータ値に関する制限

固定部櫛歯の厚み  $Th_{if}$  と可動部櫛歯の厚み  $Th_{ic}$  は等しい場合は、エラーになる。

### 3.2 抽出対象パラメータ

パラメータ名	記号	単位	補足
質量	mass	kg	
バネ定数	kSpringX kSpringZ	N/m N/m	
浮遊容量	Cstray	F	
直流動作点における櫛歯間容量	C0	F	
直流動作点における櫛歯間容量の1次微係数値	C0dx	F/m	$\partial C / \partial x  _{x=z=0}$
	C0dz	F/m	$\partial C / \partial z  _{x=z=0}$
直流動作点における櫛歯間容量の2次微係数値	C0dx2	F/m <sup>2</sup>	$\partial^2 C / \partial x^2  _{x=z=0}$
	C0dxdz	F/m <sup>2</sup>	$\partial^2 C / \partial xz  _{x=z=0}$
	C0dz2	F/m <sup>2</sup>	$\partial^2 C / \partial z^2  _{x=z=0}$

### 3.3 パラメータ抽出方法

#### 3.3.1 バネ定数

詳細は、1.2.1 節を参照してください。

#### 3.3.2 浮遊容量

詳細は、1.2.4 節を参照してください。

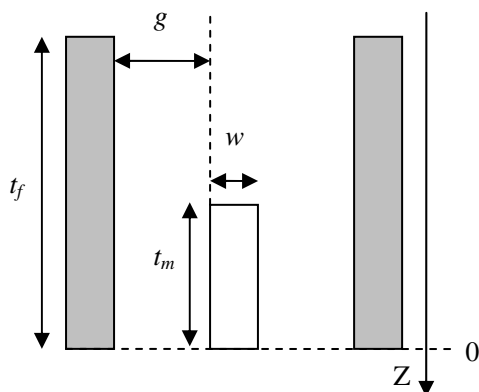
#### 3.3.3 直流動作点における櫛歯間容量

櫛歯間容量は、櫛歯の幅の効果を無視した解析式  $C_0$  と、幅の効果を考慮した補正項  $C_w$  の和で表す。

$$C = C_0 + C_w$$

補正項  $C_w$  は、2次元 FEM 解析の結果を用いて決定する(詳細は、3.3.3.2.節を参照)。ここで、櫛歯容量の計算における仮定を以下に列挙する。

- 基板の影響は無視する。
- 櫛歯間の電場は  $x$  座標に依存しない。(つまり、櫛歯間容量は、単位櫛歯長さあたりの容量と櫛歯の重なり距離の積で表現できるものとする)。
- 補正項  $C_w$  は、 $yz$  平面(下図)からみて固定櫛歯が可動櫛歯を包含している、もしくはその逆が成り立つときに有効である



### 3.3.3.1. 櫛歯の幅を無視した解析式

図 8 に示すように、櫛歯の幅が無視できるほど薄い場合、櫛歯間容量の閉じた解析式を得ることができる<sup>3</sup>。

解析対象は x 軸に関して対称であるから、解くべき方程式は、電位  $\phi$  に関する 2 次元ポアソン方程式

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (0 < y < g, |x| < +\infty) \quad (3-1)$$

である。ここで、以下の 2 つの境界条件が課される。

- 1) 櫛歯上では等電位である：  $z \in (a', b') \cup (c', d')$  のとき、 $\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$
- 2) 図 8 の青点線で示した境界に電気力線は交わらない：  $z \notin (a', b') \cup (c', d')$  のとき、 $\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0$

等角変換  $w = \exp(\pi z / g)$  を施すと、櫛歯の端点は全て u 軸上に並び、解析領域は w 平面上半分となる。このとき、電場  $E(w)$  は解析的に求めることができ、

$$E(w) = \frac{-jA(a, b, c)}{\sqrt{(w-a)(w-b)(w-c)(w+1)}} \quad (3-2)$$

となる。ここで、係数 A は、櫛歯間電圧を V とすると、以下の式で表される。

$$A(a, b, c) = \frac{V \sqrt{(a-c)(b+1)}}{2[F(\delta, q) + F(\kappa, q)]} \quad (3-3)$$

$$q = \sqrt{\frac{(b-c)(a+1)}{(a-c)(b+1)}}$$

$$\delta = \arcsin \sqrt{\frac{(b+1)c}{(c-b)}}$$

$$\kappa = \arcsin \sqrt{\frac{(a-c)b}{(b-c)a}}$$

ここで、 $F(\theta, k)$  は第 1 種不完全楕円関数である。

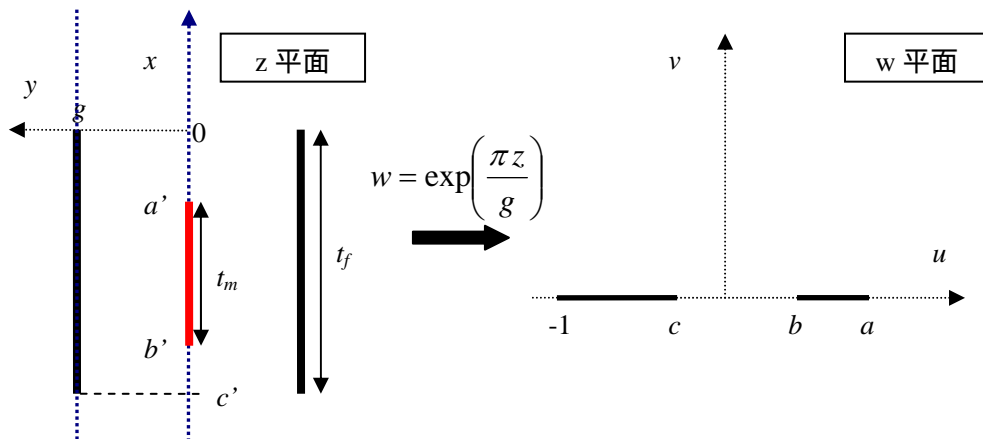


図 8 解析対象 (計算の都合上、座標軸のとり方が今までと異なっていることに注意)

<sup>3</sup> J-L. Yeh, C-Y. Hui, N.C. Tien, "Electrostatic Model for an Asymmetric Combedrive", JMEMS 9 (2000), 126-135.

式(3-2)を用いると、櫛歯上の（単位長さあたりの）電荷  $q$  は、

$$q = -\text{Im} \left[ \varepsilon \int_b^a E(u) du \right] = \frac{\varepsilon F(\pi/2, r)}{F(\delta, q) + F(\kappa, q)} V$$

$$r = \sqrt{\frac{(a-b)(c+1)}{(a-c)(b+1)}}$$

したがって、単位長さあたりの容量は、

$$C_0 = \frac{\varepsilon F(\pi/2, r)}{F(\delta, q) + F(\kappa, q)} \quad (3-4)$$

### 3.3.3.2. 櫛歯の幅を考慮した補正項

前節で求めた容量の式(3-4)は、櫛歯の幅の影響を無視している。そこで、幅の補正項を評価するため、下図に示した櫛歯対に対して、櫛歯間容量と  $z$  方向変位の関係はこの解析式を用いて求め、2次元 FEM 解析の結果と比較した（図 9）。

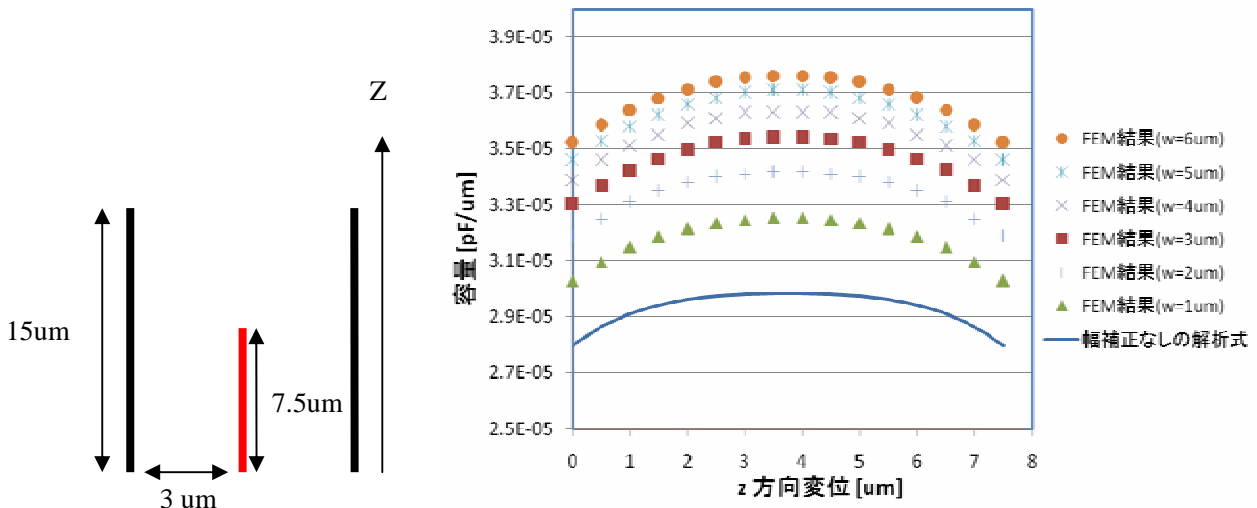


図 9 単位長さ当たりの容量と  $z$  変位の関係

解析式では櫛歯の幅の影響を無視している為、解析式によって得られる（単位長さあたりの）容量と静電引力は、FEM 解析より小さくなっている。そこで、櫛歯の幅の寄与を以下の式で評価することにした。

$$C_w = \varepsilon \frac{K \left( \sin \frac{\pi w}{2(w+g)} \right)}{2K \left( \cos \frac{\pi w}{2(w+g)} \right)} + \{ \alpha (z - 2z_0)^2 z^2 + \beta \}$$

ここで、 $z_0$  は可動櫛歯が固定櫛歯の中央に位置する場合の変位(今の例では、 $z_0=3.75\text{um}$ )、 $\alpha, \beta$  は fitting パラメータ、 $K$  は第 1 種完全楕円積分である。 $C_w$  の第 1 項は、以下に示すストリップの容量（の 1/4）である。

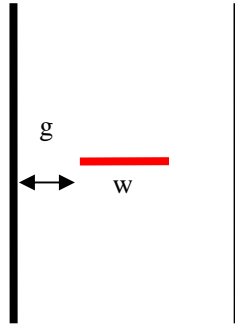


図 10 ストリップ容量

櫛歯幅 1 $\mu$ m, 2 $\mu$ m, 3 $\mu$ m, 4 $\mu$ m, 5 $\mu$ m, 6 $\mu$ m に関して、2次元 FEM 解析で得られた(単位長さあたりの)容量の z 方向変位依存性を  $C_0+C_w$  によって最小二乗 fitting を行い、fitting パラメータ  $\alpha, \beta$  の幅依存性を求めた。この依存性を解析した結果、以下の式を得た。

$$\alpha = -2.7092 \times 10^8 \left( \frac{w}{g} \right)^{3.6} + 1.2128 \times 10^9 \left( \frac{w}{g} \right)^{1.8} + 1.8637 \times 10^9 \text{ [F/m}^5 \text{]}$$

$$\beta = 6.5529 \times 10^{-12} \left( \frac{w}{g} \right)^{0.2} - 5.9802 \times 10^{-12} \text{ [F/m]}$$

以上の議論によって得られた解析式を図 11 に図示した。

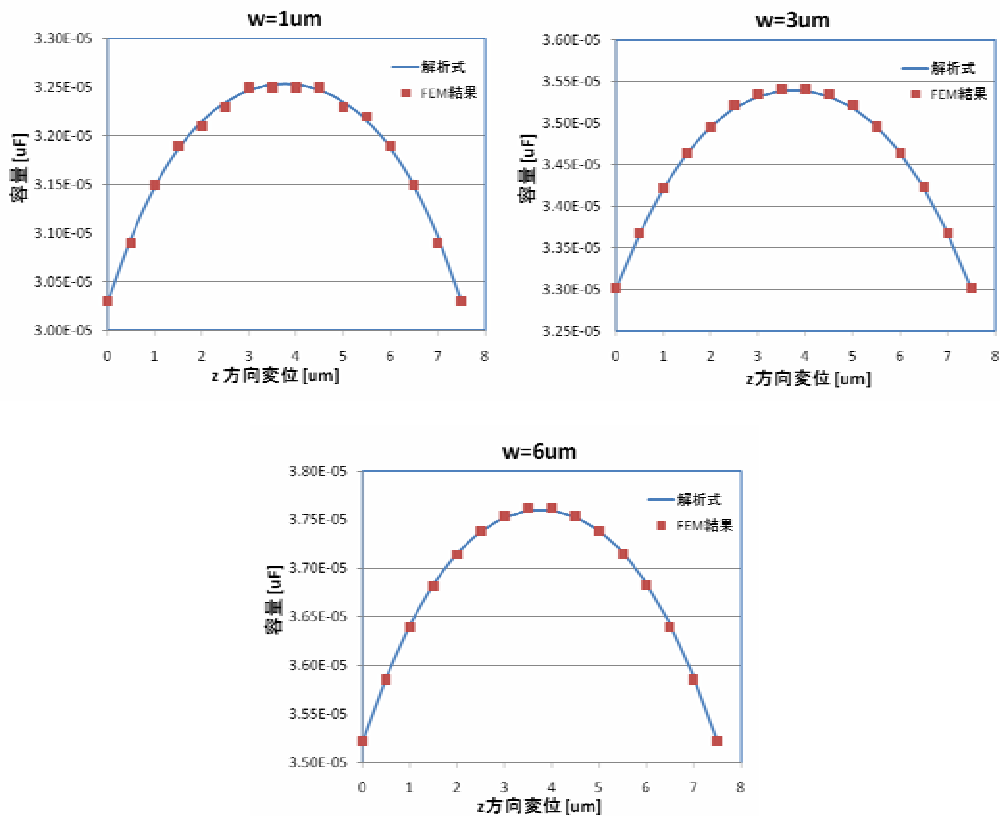


図 11 単位長さあたりの櫛歯容量と z 変位の関係



### 3.3.4 直流動作点における櫛歯変位

前節で示した式を用いて櫛歯間容量を求める為には、直流動作点における x 方向、z 方向の櫛歯変位を計算する必要がある。パラメータ抽出においては、x 方向、z 方向の力の釣り合いの式を同時に解いている。

$$k_x x = F_x(x, z) \quad k_z z = F_z(x, z)$$

ここで、 $k_x, k_z$  は x 方向、z 方向のバネ定数、 $F_x(x, z), F_z(x, z)$  は櫛歯間静電引力の x 方向、z 方向成分である。

櫛歯間静電引力は、櫛歯間容量の変位微分から求める。櫛歯間の全容量は、

$$C(x, z) = 2N(x_{ov} + x) \left[ \frac{\varepsilon F(\pi/2, r(z))}{F(\delta(z), q(z)) + F(\kappa(z), q(z))} + \frac{\varepsilon K \left( \sin \frac{\pi w}{2(w+g)} \right)}{2K \left( \cos \frac{\pi w}{2(w+g)} \right)} + \{\alpha(z - 2z_0)^2 z^2 + \beta\} \right]$$

ここで、 $x_{ov}$  は x 方向の初期重なり距離、 $N$  は繰り返し数である。

したがって、櫛歯間静電引力の x 方向成分は、

$$\begin{aligned} F_x(x, z) &= \frac{1}{2} V^2 \frac{\partial}{\partial x} C(x, z) \\ &= NV^2 \left[ \frac{\varepsilon F(\pi/2, r(z))}{F(\delta(z), q(z)) + F(\kappa(z), q(z))} + \frac{\varepsilon K \left( \sin \frac{\pi w}{2(w+g)} \right)}{2K \left( \cos \frac{\pi w}{2(w+g)} \right)} + \{\alpha(z - 2z_0)^2 z^2 + \beta\} \right] \end{aligned}$$

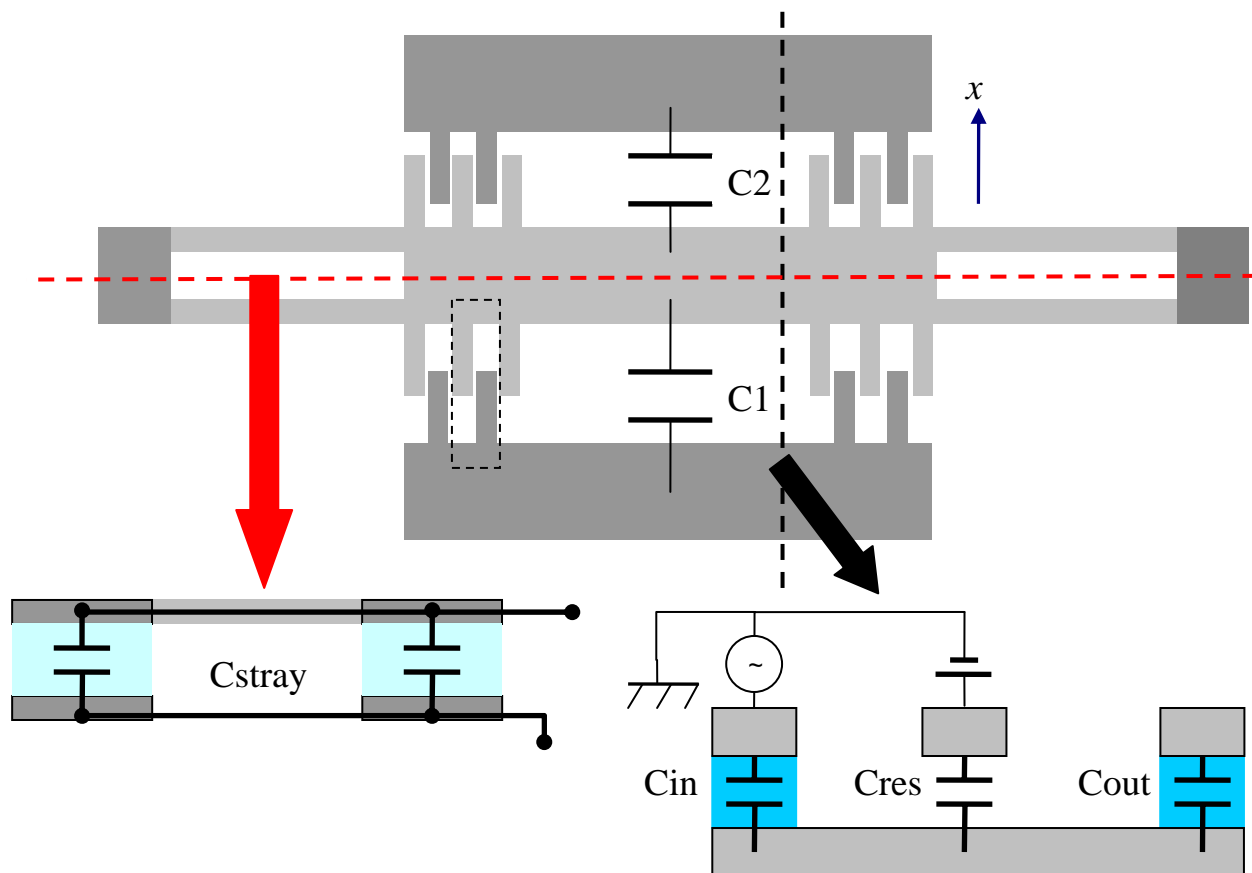
と求められる。櫛歯間静電引力の z 方向成分についても同様に求められる<sup>4</sup>。

$$\begin{aligned} F_z(x, z) &= \frac{1}{2} V^2 \frac{\partial}{\partial z} C(x, z) \\ &= NV^2 (x + x_{ov}) \left[ \frac{\varepsilon \pi^2}{4g(a-b)[F(\delta(z), q(z)) + F(\kappa(z), q(z))]^2} \left( a \frac{b+1}{a+1} - b \frac{a-c}{b-c} \right) + 4\alpha z(z - z_0)(z - 2z_0) \right] \end{aligned}$$

<sup>4</sup> 実際に櫛歯の幅を無視したときの容量  $C_0$  の z 方向微分を行うのは大変である。結果は同じになるはずなので、微小区間  $dz$  に働く z 方向静電引力  $\varepsilon \{E(z)\}^2 / 2dz$  を空間積分して静電引力を求めた方が計算は楽である。

#### 4. 1 軸駆動の櫛歯アクチュエータ(3 電極・ストレートタイプ)

本節では、静電駆動 3 電極ストレート 1 軸型(3Lx)櫛歯で、バネ部が梁で構成されているデバイスのパラメータ抽出仕様について述べる。



##### 4.1 抽出対象パラメータ

パラメータ名	記号
質量	mass
バネ定数	kSpring
基板-電極間の容量	Cin Cout
基板-可動部間の容量	Cres
可動部接続電極の浮遊容量	Cstray
直流動作点における櫛歯間容量	C1 C2
直流動作点における櫛歯間容量の 1 次微係数値	C1dx C2dx
直流動作点における櫛歯間の 2 次微係数値	C1dx2 C2dx2

## 4.2 パラメータ抽出方法

### 4.2.1 バネ定数

詳細は、1.2.1 節を参照ください。

### 4.2.2 直流動作点における櫛歯間容量

この櫛歯アクチュエータは左右対称で、かつ直流動作点において中央可動部にバイアス電圧、それを挟む左右の固定部は電位ゼロであるから、直流動作点では可動部の  $x$  方向変位はゼロである。また、直流動作点において、可動部の  $z$  方向変位は無視する。櫛歯容量の計算の詳細は、1.2.2 節をご覧ください。

### 4.2.3 浮遊容量

図 12 のように、平行平板容量を並列接続したものと見なして、

$$C_{\text{stray}} = 2\varepsilon_0\varepsilon_r \frac{A}{t_{\text{box}}}$$

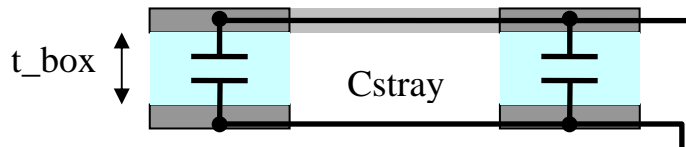
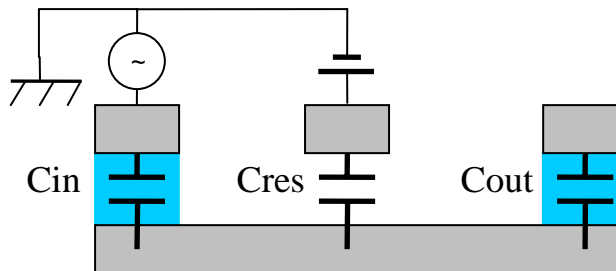


図 12 浮遊容量

### 4.2.4 その他の容量

基板-固定電極間容量、及び基板-可動部間の容量は、平行平板近似で計算する。



## 5 1軸駆動の櫛歯アクチュエータ(3電極：ダブルホールド)

本節では、静電駆動3電極ストレート1軸型(3Lx)櫛歯で、バネ部が double folded beam で構成されているデバイスのパラメータ抽出仕様について述べる。

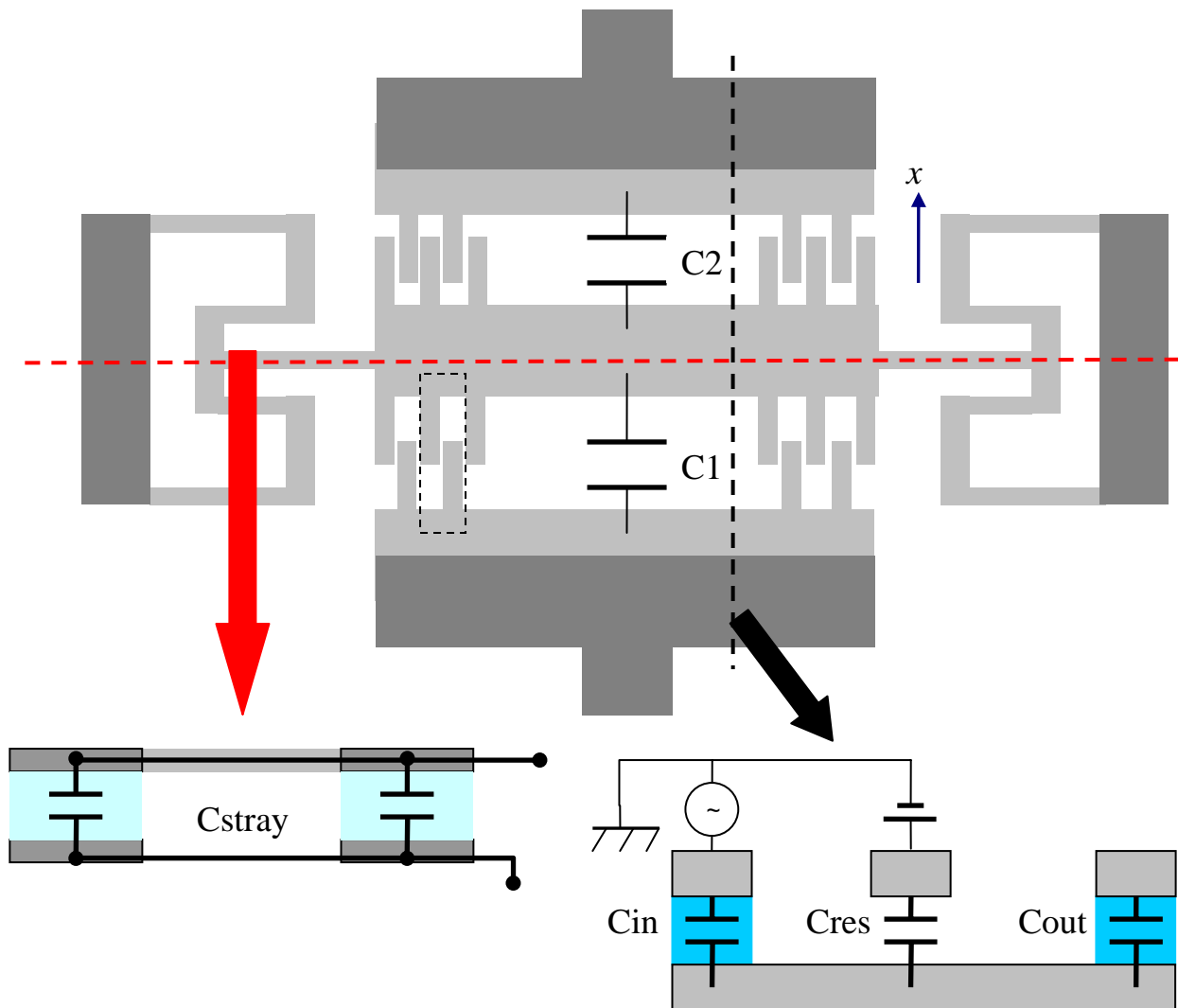


図 13 double folded beam を有する 3Lx 櫛歯デバイス

### 5.1 抽出対象パラメータ

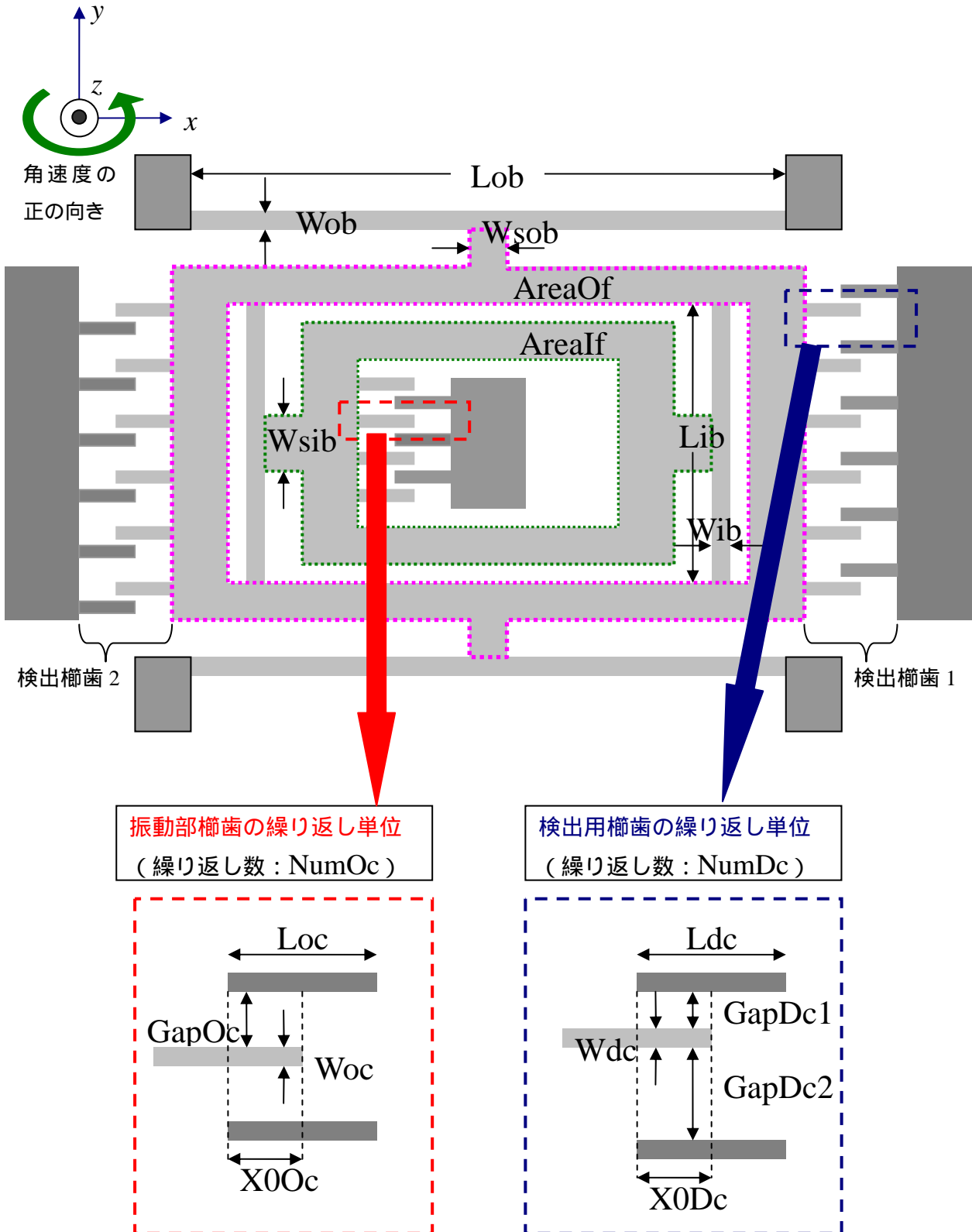
詳細は、4.1 節をご覧ください。

### 5.2 パラメータ抽出方法

バネ定数については、2.2.1 節を参照してください。それ以外は、エラー! 参照元が見つかりません。節を参照ください。

## 6 2軸可動の櫛歯角速度センサ（3電極：角速度センサ）

本節では、2軸可動の櫛歯角速度センサのパラメータ抽出方法について説明する。x軸方向に振動している内側のフレーム内の櫛歯に対して、z軸周りの角速度が加わると、コリオリ力が働き外側のフレームがy軸方向に変位する。この変位によって、両側に設けられた櫛歯群からなる容量が変化し、電流が生じる。ここで、デバイスは駆動櫛歯部を除いて点対称である。



## 6.1 本モデルの仮定

### 直流バイアス

直流バイアスは左右の検出部電極だけに掛け、駆動部電極には掛けない。

### 検出櫛歯容量

検出櫛歯の容量を見積もる際には、ギャップ距離  $g_1$  の容量のみを考慮する(図 14)。このような仮定が成立する場合として、

- 検出櫛歯のギャップ距離  $g_1$  が  $g_2$  に比べて十分小さいため、ギャップ距離  $g_2$  の容量がギャップ距離  $g_1$  の容量に比べて無視できる場合
- ギャップ距離  $g_2$  の部分に別の電極があり、それが接地されている場合(図 15)がある。

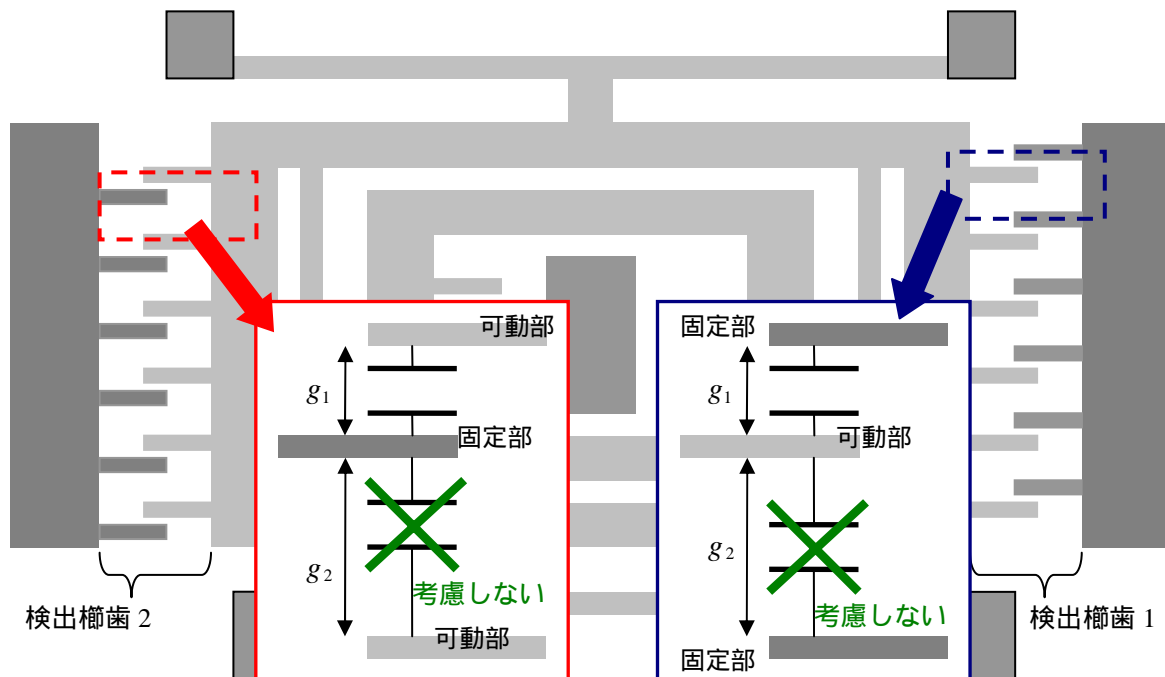


図 14 本モデルの仮定

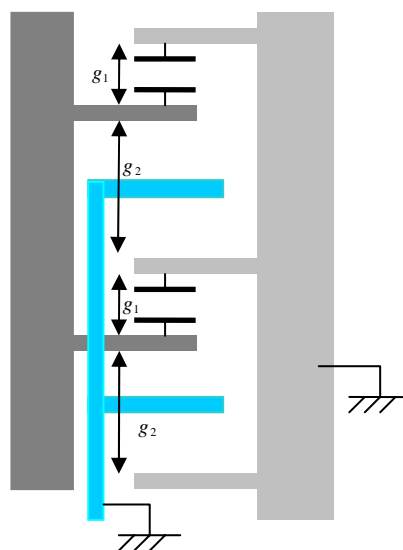


図 15 接地された第3の電極がある場合

## 6.2 抽出対象パラメータ

パラメータ名	記号	単位
駆動櫛歯静的容量	Cac	F
検出櫛歯 1 静的容量	C1	F
検出櫛歯 2 静的容量	C2	F
質量	massX	kg
	massY	kg
バネ定数	kSpringX	N/m
	kSpringY	N/m

## 6.3 パラメータ抽出方法

### 6.3.1 バネ定数

x 方向のバネ定数  $k_x$  は、図 16 の緑点線で囲んだ部分にある先端回転拘束の片持ち梁(長さ  $l_x$ , 幅  $w_x$ , 厚み  $t$ )4 本分のバネ定数である。

$$k_x = \frac{4Ew_x^3t}{l_x^3}$$

y 方向のバネ定数  $k_y$  は、図 16 の赤点線で囲んだ部分にある先端回転拘束の片持ち梁(長さ  $l_y$ , 幅  $w_y$ , 厚み  $t$ )4 本分のバネ定数である。ただし、検出電極に直流バイアスが掛かるため、直流動作点においてこの片持ち梁は撓んでいる。そこで、バネ定数  $k_y$  は長軸方向の張力を考慮した式から求める。

$$k = k_0 \left\{ 1 + \frac{\pi^4}{128} \left( \frac{y}{w_y} \right)^2 \right\} \quad (6-3-1)$$

ここで、 $k_0$  は線形梁のバネ定数 (今の場合、 $k_0 = 4Et w_y^3 / l_y^3$ )、 $y$  は櫛歯の変位である。

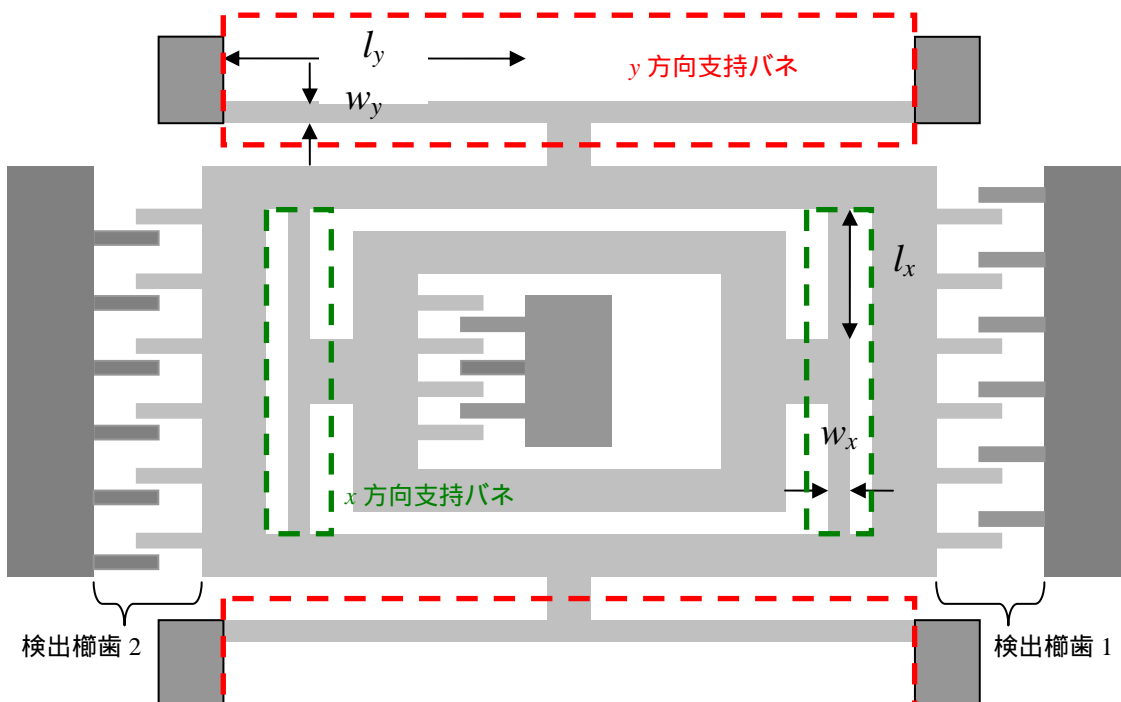


図 16 支持バネ

### 6.3.2. 質量

x 方向の質量は、外部から与えられる z 軸周りの角速度によって生じるコリオリ力を算出する際に用いる。したがって、図 17 の緑点線で囲んだ部分の質量を求める。ここで、バネ部分の質量はレーリー法によって評価する（実質量の 23%）。

y 方向の質量は、図 17 の赤点線で囲んだ部分(ただし、固定電極の櫛歯部分は除く)質量を求める。ここで、バネ部分の質量は x 方向の質量と同様に評価する。

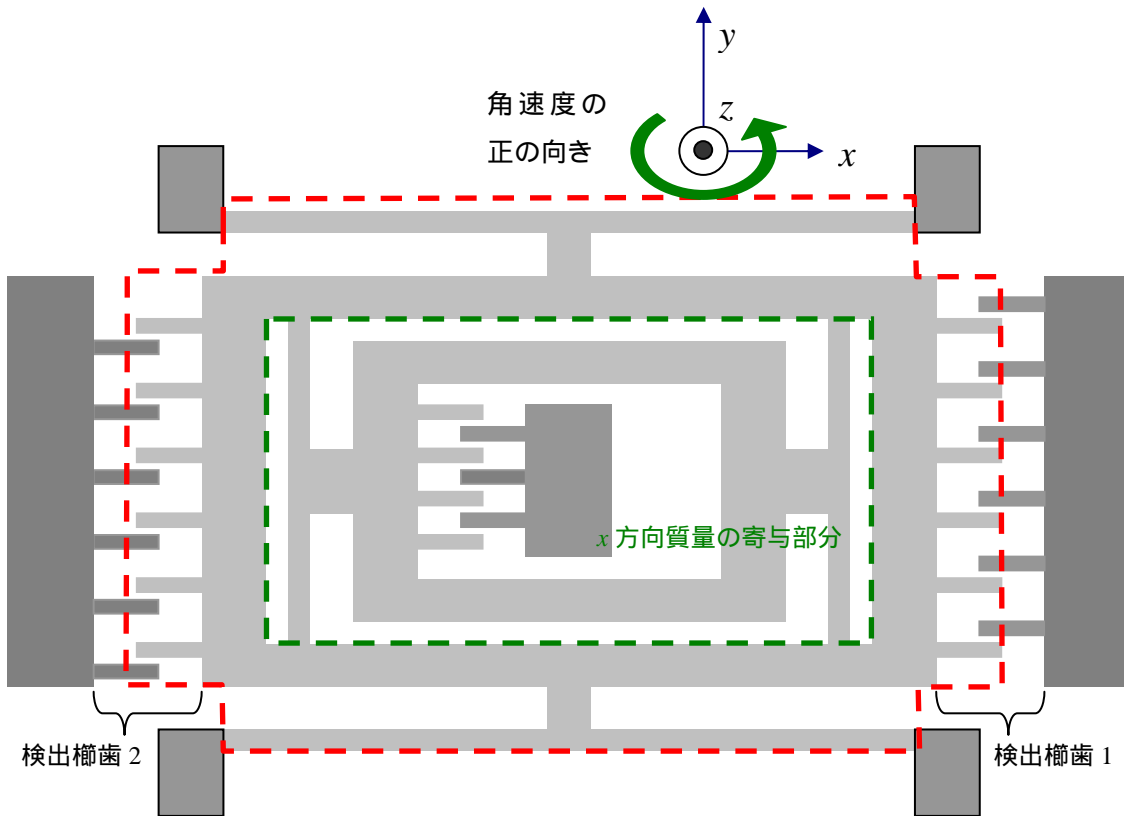


図 17 質量

### 6.2.3. 駆動櫛歯容量

駆動櫛歯容量は、平行平板近似で求める。

$$C_{in} = \frac{2n\epsilon t X_{in}}{g_{in}}$$

ここで、 $n$  は繰り返し数、 $t$  は櫛歯の厚み、 $X_{in}$  は初期重なり距離、 $g_{in}$  はギャップ距離である。



### 6.3.4. 検出櫛歯容量

検出櫛歯には直流バイアスが加わるため、可動部は直流動作点で  $y$  方向に変位する。この変位を  $Y$  とすると、検出櫛歯 1、2 の容量は

$$C_1 = \frac{n\epsilon t X_d}{g_1 - Y} \quad C_2 = \frac{n\epsilon t X_d}{g_1 + Y}$$

ここで、検出櫛歯 1、2 の重なり距離とギャップ距離が等しいのは、デバイスが図の中心に関し点対称であるからである。

直流動作点における  $y$  方向変位  $Y$  は、静電引力とバネの復元力のつりあいの式から数値的に計算する。

$$k_y Y = \frac{n\epsilon t X_d E_1^2}{2(g_1 - Y)^2} - \frac{n\epsilon t X_d E_2^2}{2(g_1 + Y)^2}$$

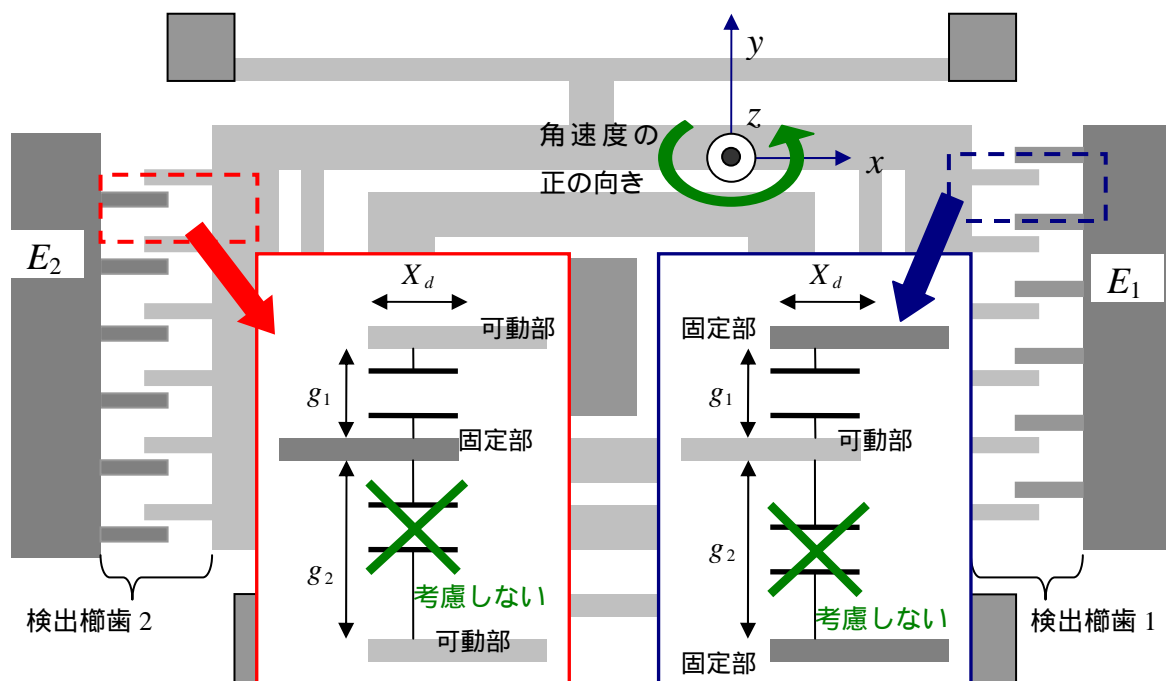


図 18 検出櫛歯容量